CONSTANCIEN Florian
PEYNAUD Martin
TAÏEB Raphaël

T°4

Trajectoires des satellites

2003 - 2004

Introduction

Très rapidement nous avons décidé de nous orienter dans le thème de l'espace, celui-ci nous intéressant tous les trois. De même, le choix de réaliser un T.P.E. sur la trajectoire d'un satellite s'est décidé immédiatement.
Après avoir réfléchi sur plusieurs sujets, nous nous sommes rendus compte de la compatibilité de deux d'entre eux :

- L'étude de la trajectoire d'un satellite.
- La création d'un logiciel de simulation.

~~De~~ ces deux sujets nous intéressant nous avons formulé la problématique suivante :

« Comment peut-on calculer la trajectoire d'un satellite puis élaborer un logiciel de simulation »

L'étude de cette question nous amènera à effectuer des recherches dans les domaines mathématiques, physiques et informatiques. Nous chercherons donc tout d'abord le moyen de réaliser l'approximation d'une telle trajectoire. La méthode obtenue sera ensuite utilisée dans le cas de l'approximation de la trajectoire d'un objet en chute libre, afin de comparer nos résultats avec ceux d'un logiciel de simulation de mouvements en mécanique Interactive Physique. Après avoir vérifié la validité de cette méthode, nous l'utiliserons pour déterminer la trajectoire d'un satellite.

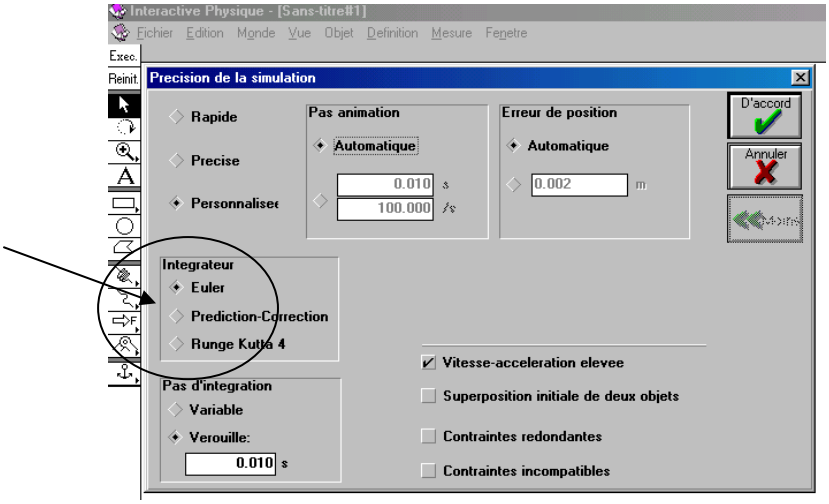
I/ L'étude mathématique de la méthode d'Euler
A/ Une approche mathématique
B/ Application à la fonction carrée de dérivée f'(x) = 2x et de conditions initiales les coordonnées (1,1) de M1
1/ Avec un pas h de 0,5
2/ Avec un pas h de 0,1
3/ Comparaison des courbes obtenues par approximation affine avec la courbe représentative de la fonction x^2

II/ Mise en pratique physique dans le cas du mouvement d'un objet en chute
A/ Démonstration théorique
1/ Etudes des forces s'exerçant sur un objet subissant peu de frottements
2/ Les équations différentielles : des équations liant fonction et dérivée
B/ Approximation de la trajectoire d'un objet en chute libre avec Excel
C/ Comparaison de nos résultats ainsi établis avec ceux d'un logiciel de simulation : Interactive Physique
1/ Des divergences liées à certains paramètres…
2/ … que nous n'avions pas pris en compte

III Elaboration de notre propre logiciel de simulation
A/ Réalisation d'un tableur Excel
B/ L'erreur de méthode
C/ Détermination de la vitesse permettant une trajectoire circulaire
1/ Expression de l'accélération
2/ Détermination de la vitesse du satellite pour avoir une trajectoire circulaire
3/ comparaison avec notre logiciel

I/ L'étude de la méthode d'Euler

En étudiant, avec nos professeurs le logiciel Interactive Physique, logiciel de simulation de mouvement en mécanique, nous avons remarqué que ce logiciel calculait les vitesses et les positions des objets en utilisant le seconde loi de Newton et que une des méthodes de calcul utilisée était la méthode d'Euler.



copie d'écran d'IP : permettant le choix de la méthode d'intégration et notamment la méthode d'Euler

La première étape de notre étude fut donc la découverte et l'assimilation de la méthode d'Euler . Cette méthode n'a été abordée en classe qu'au mois de Janvier

A/ Une approche mathématique

La méthode d'Euler (mathématicien 1707-1783) est une méthode de résolution numérique d'équation différentielle.

Cette méthode consiste en la construction approximative de la représentation d'une fonction f, dérivable sur un intervalle I, connaissant sa dérivée f' et des conditions initiales (x_0, y_0), x_0 appartenant à I. Les points M1, M2, M3… seront construits selon des intervalles réguliers : cet intervalle est appelé le pas.

- On considère f dérivable pour tout x appartenant à I, ensemble de dérivabilité de f.

  $F(x+h) = f(x) + h.f'(x) + h.\varepsilon(f)$

  Avec $\lim_{h \to 0} \varepsilon(h) = 0$

On obtient alors l'approximation suivante:

- $f(x+h) = f(x) + h.f'(x)$ $\quad (h \to 0)$

h est appelé le pas.

- A partir de la construction du point M_0 de coordonnées (x_0, y_0), nous pouvons alors situer et placer le point M_1 de coordonnées (x_1, y_1) tel que :
  - $x_1 = x_0 + h$ $\quad (h \rightarrow 0)$
  - $f(x_0 + h) = y_0 + h.f'(x_0) = y_1$ $\quad (h \rightarrow 0)$

- L'opération se répète a partir de M1 pour construire le point M2, et ainsi pour tout point M_n de coordonnées (x_n, y_n) connues, on a M_{n+1} tel que
  - $x_{n+1} = x_n + h$
  - $y_{n+1} = y_n + h.f'(x_n)$

B/ Application à la fonction carrée de dérivée f'(x) = 2x et de conditions initiales les coordonnées (1,1) de M1

Pour comprendre cette méthode ,nous nous sommes intéressé à une fonction simple telle que f'(x) = 2x , fonction dont nous connaissons la solution.

Pour chacune des mesures on considère les coordonnées (x_n, y_n) des points M_n

1/ Avec un pas de 0,5

- x2 = 1 + 0,5 = 1,5
  y2 = 1 + 0,5*f'(1) = 1 + 1 = **2** alors que $(1,5)^2 = 2,25$
- x3 = 1,5 + 0,5 = 2
  y3 = 2 + 0,5*f'(1,5) = **3,5** alors que $2^2 = 4$
- x4 = 2 + 0,5 = 2,5
  y4 = 3,5 + 0,5*f'(2) = **5,5** alors que $(2,5)^2 = 6,25$

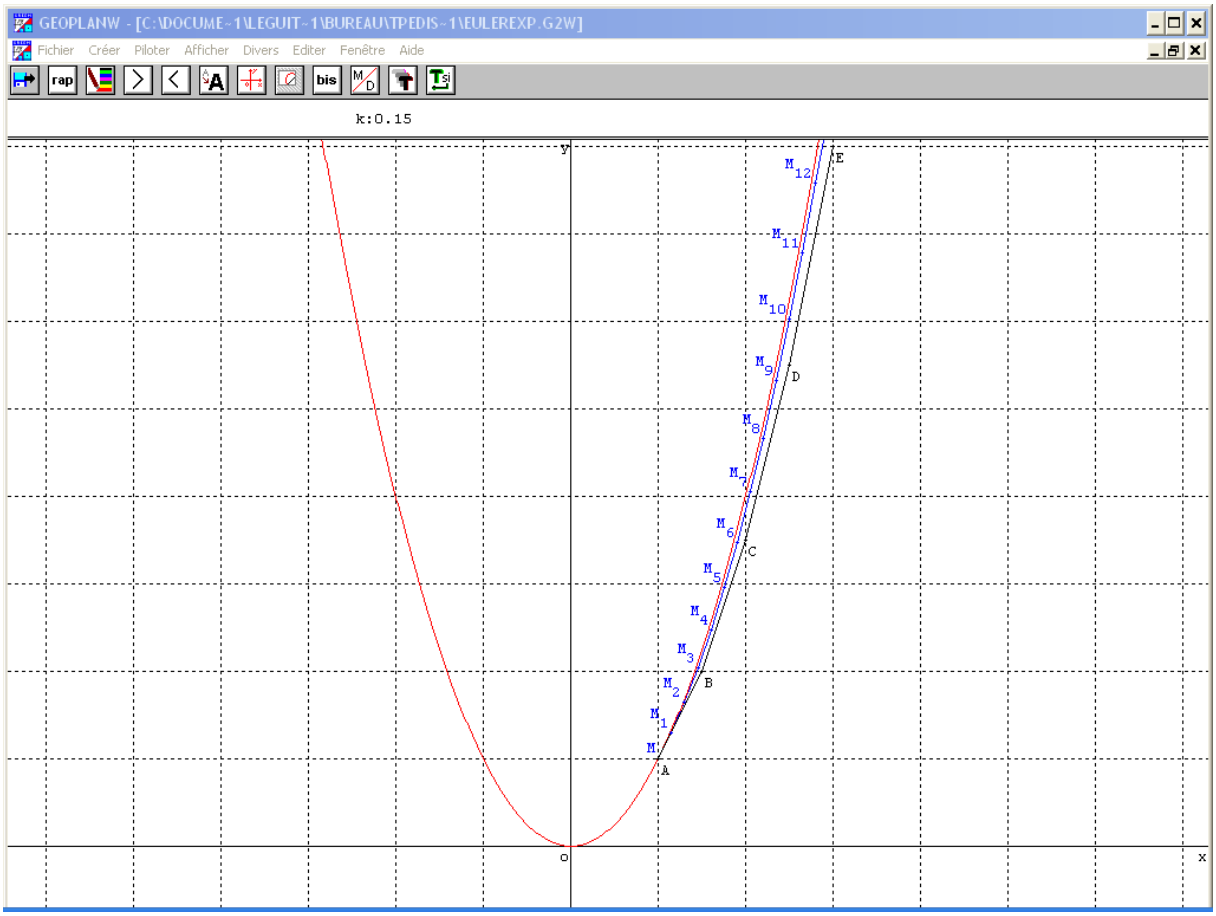
On remarque qu'en utilisant un pas de 0,5, les résultats fournis par la méthode d'Euler sont bien différents des résultats réels. Le pas ne semble pas appropriés. On réduit alors sa valeur.

2/ Avec un pas de 0,1

- x2 = 1 + 0,1 = 1,1
  y2 = 1 + 0,1*f'(1) = 1 + 0,2 = **1,2** alors que $(1,1)^2 = 1,21$
- x3 = 1,1 + 0,1 = 1,2
  y3 = 1,2 + 0,1*f'(1,1) = **1,42** alors que $(1,2)^2 = 1,44$
- x4 = 1,2 + 0,1 = 1,3
  y4 = 1,42 + 0,1*f'(1,2) = **1,66** alors que $(1,3)^2 = 1,69$

On remarque qu'avec un pas de 0,1 les résultats se rapprochent de la réalité. Pour les premières valeurs, la marge d'erreur est de l'ordre du centième.

3/ Comparaison des courbes obtenues par approximation affine avec la courbe représentative de la fonction x^2



copie d'écran de . . . . .

_____ **$y = x^2$**
_____ **approximation avec un pas de 0,5**
_____ **approximation avec un pas de 0,1**

CONCLUSION : La méthode d'Euler ne nous fournira toujours que des approximations et valeurs approchées des résultats réels. Cependant il est possible de rendre ces résultats exploitables en choisissant un pas de calcul relativement petit.
Mais qu'en est-il de son utilisation en physique ?

II/ Utilisation dans le domaine physique. Etude d'un mouvement simple : la chute d'un objet.

A/ Démonstration théorique

1/ Etudes des forces s'exerçant sur un objet subissant des frottements

a> Expression des forces qui s'exercent sur un objet en chute libre

Selon **la seconde loi de Newton,** nous savons que la somme des forces exercées sur un objet en chute libre $\mathbf{\Sigma \overrightarrow{F_{ext}}}$ est égale au produit de sa masse m et du vecteur accélération a_g

$$\mathbf{\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m * \overrightarrow{a_g}}$$

Nous pouvons décomposer ce produit en 3 forces s'exerçant sur cet objet :

- Son poids P $\quad \vec{P} = m*\vec{g}$
- Les frottement de l'air F $\quad \vec{F} = -h*\vec{v}$ (h coefficient de frottement fluide laminaire)
- La poussée d'Archimède π $\quad \vec{\pi} = -\rho*V*\vec{g}$

$$\mathbf{\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m*\vec{g} - h*\vec{v} - \rho*V*\vec{g} = m * \overrightarrow{a_g}}$$

On considère le poids m' d'un volume de fluide égal au volume de l'objet étudié tel que :

$$m' = \rho*V$$

Alors la poussée d'Archimède π s'écrit sous la forme :

$$\vec{\pi} = -m'*\vec{g}$$

Donc : $\quad \mathbf{\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = (m - m')*\vec{g} - h*\vec{v}}$

b> Etablissement d'une équation différentielle

Nous savons que l'accélération d'un objet à un instant t (a_g), correspond à la dérivée de la vitesse au même instant. Exprimons alors la somme des forces extérieures exercées sur l'objet en fonction de la dérivée du vecteur vitesse.

$$\mathbf{\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m*\overrightarrow{a_g} = m* \left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

On cherche alors à exprimer la dérivée de la vitesse en fonction des différentes forces connues.

$$m*\left(\frac{dv}{dt}\right) = m*\overrightarrow{a_g} \quad \leftrightarrow \quad m*\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = (m - m')*\vec{g} - h*\vec{v}$$

$$\leftrightarrow \quad m*\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) + h*\vec{v} = (m - m')*\vec{g}$$

$$\leftrightarrow \quad m*\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) + h*\vec{v} = m\vec{g}*\left(1 - \frac{m'}{m}\right)$$

$$\leftrightarrow \quad \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) + \left(\frac{h*\vec{v}}{m}\right) = \vec{g}*\left(1 - \frac{m'}{m}\right)$$

On considère un réel α tel que :

$$\alpha = \left(1 - \frac{m'}{m}\right)$$

On finit par établir la relation suivante :

$$\mathbf{\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = \vec{g}*\alpha - \left(\frac{h}{m}\right)*\vec{v}}$$

a, g, h, et m sont des constantes et seule la vitesse v est variable.
Nous avons donc mis en évidence une équation différentielle de la forme **f' = k*f + b** pouvant être résolue en utilisant la méthode d'Euler.

2/ Les équations différentielles : des équations liant fonction et dérivée

Dans de nombreux phénomènes physique observables (croissance et décroissance radioactive, charge et décharge d'un condensateur ou établissement du courant dans une bobine, oscillation d'un ressort et bien sûr la chute ~~libre~~ d'un objet) mais également démographiques (comme la croissance d'une population), la « vitesse de variation » d'une quantité est proportionnelle à cette quantité

On peut alors établir une relation entre la dérivée d'une fonction (représentant l'accélération du phénomène à un instant) et la fonction elle-même (caractérisant la vitesse du phénomène), selon une écriture dite différentielle : **f'(x) = a.f(x) + b (C, a et b réels)**

On comprend ainsi comment le logiciel Interactive Physique peut calculer à chaque instants les vitesses et les positions d'un objet à partir de la seconde loi de Newton en utilisant la méthode d'Euler.

Nous avons ensuite décidé d'étudier la trajectoire d'un mouvement simple, pour pouvoir comparer nos calculs de vitesses et de positions avec Excel, en appliquant nous mêmes la méthode d'Euler et ceux fournis par le logiciel de simulation :IP.

Le mouvement étudié sera donc celui d'un objet en chute libre.

B/ Approximation de la trajectoire d'un objet en chute libre avec Excel

Le but est de comparer notre approximation de trajectoire par la méthode d'Euler à celle du logiciel Interactive Physique.
On considère un objet de masse m = 1kg. Pour simplifier les calculs on considère que la seule force s'exerçant sur lui est son poids
–D'après la seconde loi de Newton,

$\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m * \vec{a}$, a étant le vecteur accélération.

$m * \vec{g} = m * \vec{a}$

$\vec{g} = \vec{a}$

Ainsi on obtient les deux équations suivantes :

- $v_{i+1} = v_i + g * \Delta t$, Δt étant le pas de calcul
- $z_{i+1} = z_i + v_i * \Delta t$

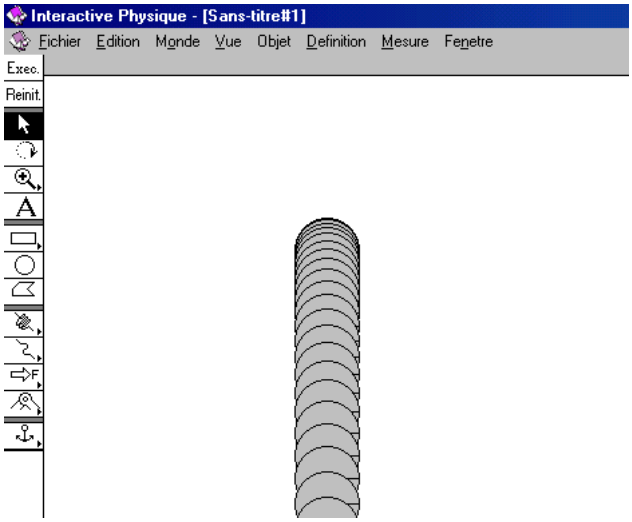
A partir de ces deux équations on construit sur Excel un tableau donnant les positions successives de l'objet.*(voir en annexe 1 le détail de la feuille de calcul réalisée sur Excel)*
Avec un pas de 0.01 seconde, on obtient les résultats suivants

Temps	Vitesse	Altitude
s	$m.s^{-1}$	m
0	0,00000	0,000000
0,01	0,09810	0,000000
0,02	0,19620	-0,000981
0,03	0,29430	-0,002943
0,04	0,39240	-0,005886
0,05	0,49050	-0,009810

C/ Comparaison de nos résultats ainsi établis avec ceux d'un logiciel de simulation : Interactive Physique

1/ Des divergences liées à certains paramètres…

Nous avons donc paramétré IP selon le cas de la chute libre d'un objet quelconque sans force de frottement, et nous avons réalisé les mesures avec un pas identique à celui utilisé lors des calculs effectués sur Excel.



copie d'écran de la simulation réalisée

Pour obtenir les valeurs calculées par IP il suffit de les importer dans une feuille de calcul Excel.

En comparant notre tableau de calcul avec celui donné par IP nous avons noté :

- que les valeurs correspondantes aux vitesses Vy de l'objet que nous trouvons sont identiques avec celles de IP.
- mais que les valeurs représentant l'altitude Py de l'objet sont différentes, l'écart étant croissant. Le fait que l'écart entre nos valeurs et celles du logiciel est croissant, nous avons pensé que les différences provenaient du pas de calcul.

Nous avons alors émis deux hypothèses concernant l'origine de l'erreur:

- les mesures devenant compliquées pour le logiciel, IP modifie la valeur de son pas à partir d'une certaine altitude : le pas fonctionne par "tranches".
-le pas de IP varie au cours temps.

2/ … que nous n'avions pas pris en compte

a>Etude de la première hypothèse

Les différences d'altitudes étant présentes dès les premières valeurs, nous avons rapidement écarté la première hypothèse selon laquelle les résultats ne varieraient qu'une fois que l'objet ait atteint une certaine vitesse, et par conséquent une certaine altitude

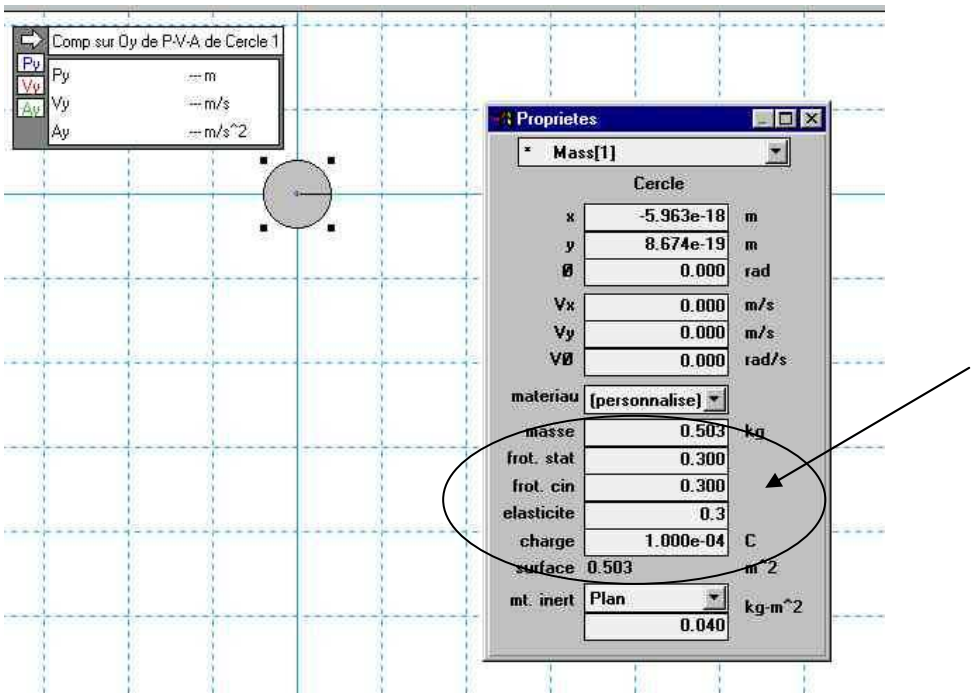
b>Etude de la deuxième hypothèse

Pour vérifier la validité de cette hypothèse, nous avons calculé le pas utilisé par IP, en fonction de la vitesse et de l'altitude à différents instants.
Dans le cas de la vitesse, on constate que le pas est bloqué à 0.02 secondes (donnée de départ)
Dans le cas de l'altitude, on constate que le pas varie légèrement autour de 0.02secondes.
Le pas n'est donc pas constant.

c>Conclusion

Nous avons pensé qu'IP utilise donc deux pas différents, un pour la vitesse bloqué à 0.02 secondes, et un pour les altitudes variant autour de 0.02.

Mais nous nous sommes rendu compte que dans notre première simulation IP tient également compte des frottements cinétiques, statiques, et de l'élasticité exercés sur l'objet en chute libre



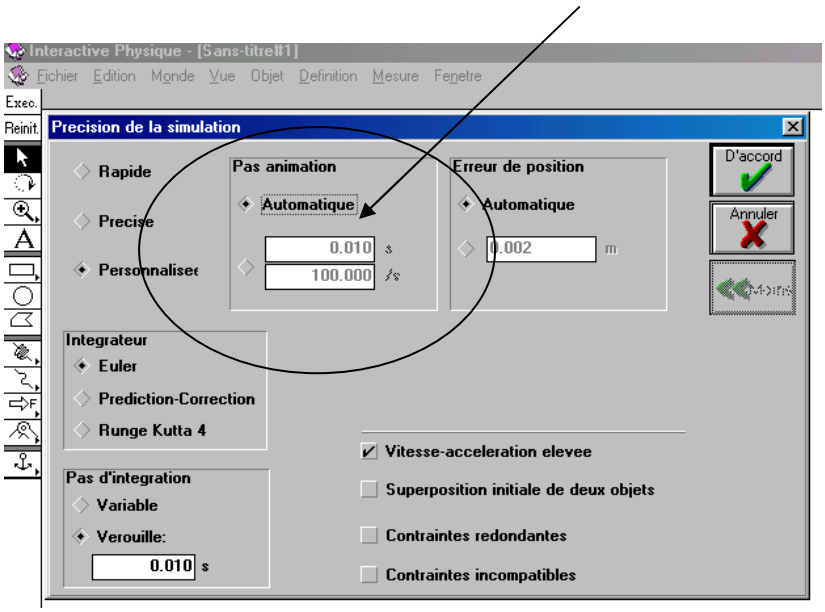
.

Nous avons supprimé alors toute force de frottement (ce que nous pensions avoir fait au début) et nous avons obtenus les résultats suivants :

Data From Sans-titre#1			
Comp sur Oy de P-V-A de Cercle 1			
t	Py	Vy	Ay
0.000	0.000	0.000	-9.810
0.010	-9.810e-04	-0.098	-9.810
0.020	-0.003	-0.196	-9.810
0.030	-0.006	-0.294	-9.810
0.040	-0.010	-0.392	-9.810
0.050	-0.015	-0.491	-9.810
0.060	-0.021	-0.589	-9.810

En annulant ces paramètres dans notre simulation ,nos résultats concordent en tout point avec ceux fournis par IP.

Lors de cette étude nous avons cependant remarqué que le pas d'animation de Ip (une animation accompagne les résultats) peut avoir une influence sur le calcul des positions . Nous l'avons donc réglé pour qu'il corresponde au pas de calcul



III Elaboration de notre propre logiciel de simulation

A/ Réalisation d'un tableur Excel

La trajectoire d'un satellite, dans un référentiel géocentrique, est définie par les deux équations différentielles suivantes qui, étant données par des lois de la physique hors de notre portée nous ont été données par les professeurs :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left[\frac{GM}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]x = 0 \qquad \text{avec } G = 6{,}67^{-11} \text{ unité SI}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left[\frac{GM}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]y = 0 \qquad \text{et M masse de la Terre} = 6{,}00*10^{24}\text{kg}$$

Pour nos calculs de trajectoire l'espace est rapporté à un plan.
A partir de ces deux équations différentielles on peut prévoir la trajectoire d'un satellite à partir d'une position initiale sur x et y ainsi que sa vitesse initiale également définie sur x et y.

- L'accélération étant la dérivée de la vitesse, elle même dérivée des positions successives de x et y, nous avons identifié d^2x/dt comme l'accélération A.
  L'accélération sur x est donc calculée ainsi :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left[\frac{GM}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]x = 0 \leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \left[\frac{GM}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]x$$

  Ax sera l'accélération sur x.

  Le même raisonnement permet d'obtenir l'accélération sur y.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left[\frac{GM}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]y = 0 \leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \left[\frac{GM}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]y$$

Ay sera l'accélération sur y.

- A un instant t, les vitesses sur x ainsi que sur y sont données par approximation affine selon la méthode d'Euler, h étant le pas de calcul :
  $Vx_t = Vx_{t-1} + Ax_t*h$
  la vitesse sur y s'obtient par le même raisonnement :
  $Vy_t = Vy_{t-1} + Ay_t*h$

- Connaissant la vitesse sur x et y à un instant t la position du satellite est donnée sur x par l'équation suivante :
  $x_t = x_{t-1} + Vx_{t-1}*h$
  La position du satellite est donnée sur y par l'équation suivante :
  $y_t = y_{t-1} + Vy_{t-1}*h$

En appliquant cette méthode pour déterminer les positions successives de l'objet sur x et y, on obtient les tableaux suivants :

Conditions initiales :

X_0	Y_0	V_{0x}	V_{oy}	Pas	G	M
en m	en m	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$	en s	en SI	en kg
0	11375000	7800	0	8	6,67E-11	6,00E+24

Résultats :

Date	Position x	Position y	Accélération x	Accélération y	Vitesse X	Vitesse Y
en s	en m	en m	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$
0	0	1,14E+07	0	-3,09E+00	7800	0
8	62400	11375000	0	-3,09E+00	7800	-24,7436783
16	124798,9142	11374604,11	-0,016966328	-3,09E+00	7799,864269	-49,48623972

Nous pouvons alors tracer la courbe paramétrique, dont l'équation en x sera la position en x du satellite et l'équation en y sera la position sur y.

Les détails de la feuille de calcul réalisée sont en annexe 2

Nous avons aussi pensé à faire figurer la terre sur notre feuille de calcul, pour avoir une échelle des distances
Les détails des calculs sont en annexe 3

Notre page de calcul réalisée , il nous fallait valider nos résultats ,nous avons décidé de calculer dans un premier temps l'erreur de méthode

B/ Erreurs de méthode et de calculs

Pour un intervalle de temps donné T, le pas de calcul peut s'écrire T/n avec n le nombre de mesures effectuées durant cet intervalle de temps.

Pour un même intervalle de temps, la courbe obtenue par approximation affine s'approchera d'autant plus de la courbe représentative de la fonction cherchée que le pas T/n est petit donc que n est grand (cf. II B).

A cette erreur de méthode, qui s'amoindrit avec la diminution du pas de calcul, on doit ajouter l'erreur due aux calculs numériques, qui elle augmente avec le nombre de mesures effectuées. Il y a donc un nombre x de mesures à partir duquel l'erreur globale va augmenter.
Les calculs sont effectués avec Excel avec un arrondi sur la quinzième décimale. L'incertitude est donc de 10^{-15} pour chaque calcul.
Le nombre de calculs nécessaires à la réalisation de la trajectoire du satellite est de 25000 lignes sur six colonnes.
L'erreur de calcul sera donc de $25000 * 6 * 10^{-15} = 1,5 * 10^{-10}$.

Il nous a été impossible de trouver sur Internet la solution analytique de ces équations différentielles. (toutes les solutions trouvées sont en coordonnées polaires),Nous n'avons donc pas pu définir l'écart entre notre approximation et le modèle théorique**.**

L'erreur de calcul étant de l'ordre de 10^{-10}, elle peut être considérée comme négligeable, cependant on ne peut déterminer l'influence de l'erreur de méthode.

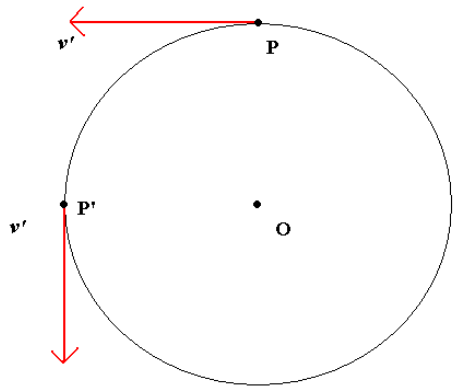
L'erreur globale reste donc impossible à déterminer précisément.

Il nous fallait valider nos calculs. Nous avons appris que pour les satellites, la vitesse en orbite circulaire n'est fonction que de son altitude . Donc à une altitude correspond une seule vitesse pour laquelle le mouvement obtenu est circulaire.
Nous avons pensé que c'était un moyen de vérifier nos calculs de trajectoires

B/ Détermination de la vitesse permettant une trajectoire circulaire

1/ Expression de l'accélération

a> Dans un référentiel géocentrique



Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme de centre O, de rayon r et de vitesse v, le vecteur vitesse $\vec{v}$ au point P peut s'écrire :

$$\vec{v} = v\left(\frac{\overrightarrow{OP'}}{r}\right)$$

Le vecteur $\overrightarrow{OP}$ ' donnant le sens et la direction du vecteur $\vec{v}$
De même en P' ce vecteur accélération peut s'écrire :

$$\vec{v}' = -v\left(\frac{\overrightarrow{OP}}{r}\right)$$

Le signe négatif vient du fait que le vecteur $\vec{v}'$ et $\overrightarrow{OP}$ sont de sens opposés.

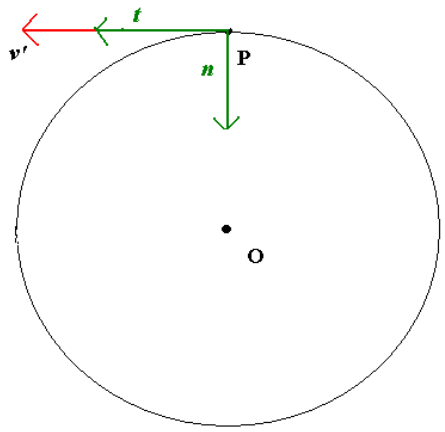
L'accélération étant la dérivé première de la vitesse, en P le vecteur accélération peut donc s'écrire :

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(v\frac{\overrightarrow{OP'}}{r}\right) = \frac{v}{r} * \frac{d\overrightarrow{OP'}}{dt} = \frac{v}{r}\vec{v}' = -\frac{v^2}{r} * \frac{\overrightarrow{OP}}{r}$$

Le vecteur accélération en P peut donc s'écrire :

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r} * \frac{\overrightarrow{OP}}{r}$$

b> En base Frénet



La base de Frénet consiste à utiliser un repère défini par deux vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{t}$, orthogonaux.

- $\vec{n}$ dirigé vers le centre de la rotation avec : $\vec{n} = -\frac{\overrightarrow{OP}}{r}$
- $\vec{t}$ tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement, ces deux vecteurs étant associés au point P.

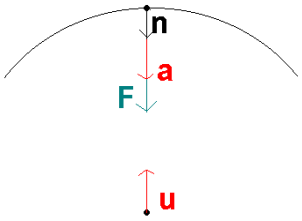
Cela permet de simplifier l'expression de l'accélération et du vecteur accélération d'un objet ayant une trajectoire circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v :

$$\vec{a_p} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

Et par conséquent l'expression de l'accélération sera:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

2/ Détermination de la vitesse du satellite pour avoir une trajectoire circulaire



Afin de pouvoir déterminer la vitesse du satellite requise pour obtenir une trajectoire circulaire, nous allons mettre en relation la deuxième loi de Newton et l'expression du vecteur vitesse en base de Frénet.

La deuxième loi de Newton appliquée au corps S (satellite de masse m) dans un référentiel galiléen ayant pour origine le centre de la Terre T (M étant la masse de la Terre), entraîne :

$$m\vec{a_p} = \sum\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{F}_{s/t} = -G\left(\frac{mM}{r^2}\right)\vec{u}$$

Soit, en divisant par m :

$$\vec{a_p} = -G\left(\frac{M}{r^2}\right)\vec{u}$$

Où :

$$\vec{a_p} = G\left(\frac{M}{r^2}\right)\vec{n}$$

On rappelle que dans le cas d'une trajectoire circulaire uniforme, le vecteur accélération peut s'écrire en base de Frénet :

$$\vec{a_p} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

De ces deux expression, nous pouvons déduire l'égalité suivante :

$$\frac{v^2}{r} = G\left(\frac{M}{r^2}\right)$$

Soit :

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

Grâce a cette relation nous pouvons maintenant calculer la vitesse du satellite de façon à ce qu'il ait une trajectoire circulaire, en fonction ~~de la vitesse~~ de l'altitude puis vérifier avec notre logiciel

3/ *comparaison avec notre logiciel*

Altitude en m	200 000	300 000	1 000 000	5 000 000	10 000 000
Vitesse en m/s ***Calculée ? ?*** ***Chiffres significatifs !!!!***	7773,946387	7715,71376	7341,71716	5915,08627	4931,64248
Vitesse en m/s ***mesurée avec votre logiciel***					

CONCLUSION GENERALE

C’est la découverte mathématique de la méthode d’Euler et son application dans le domaine physique, qui nous ont permis de réaliser une approximation de la trajectoire d’un satellite. La validité de nos résultats fut apportée par l’application de la méthode d’Euler dans un cas simple et la comparaison avec les résultats fournis par IP. L’ensemble de ce travail a donc logiquement abouti à l’élaboration de notre propre interface de calcul permettant de définir le mouvement d’un satellite en fonction de sa vitesse initiale et de son altitude.

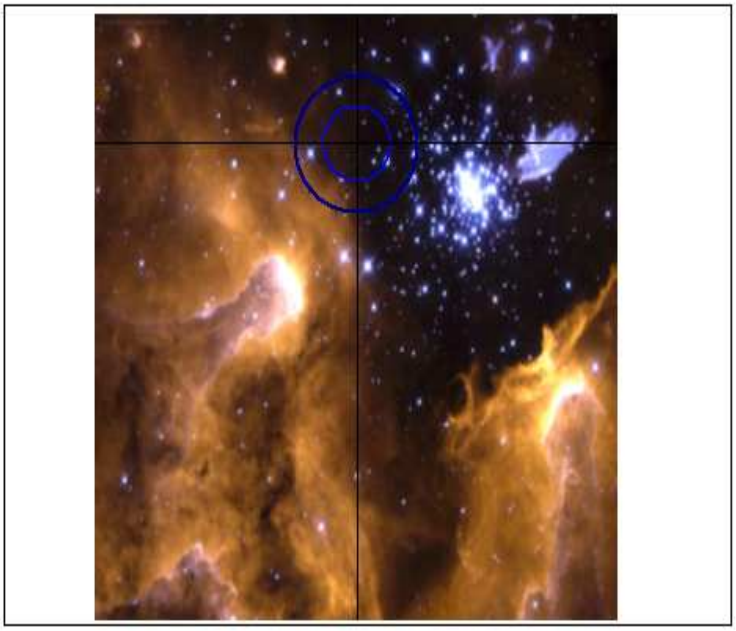
Cependant l’étude des erreurs engendrées par l’application de cette méthode nous a permis de constater que la validité de nos résultats finaux pouvait être compromise par une erreur de méthode dont nous ne pouvons calculer l’ampleur.
Le temps nous a également manqué dans la perspective de l’élaboration d’une macro, qui aurait permis de visualiser l’évolution de la trajectoire du satellite.

Les recherches effectuées lors de ce TPE nous ont permis d’appréhender différentes notions des programmes de mathématiques (méthode d’Euler, équations différentielles) et de physique (base de Frénet) que nous avons par la suite approfondi en cours pour Euler , mais nous n’avons pas encore abordé la mécanique . Nous avons par la même occasion affiner notre utilisation d’Excel, celle d’IP et de géoplan

Nous remercions sincèrement madame Criado et madame Loppin qui nous ont aidé et orienté..

PRODUCTION FINALE

CONDITIONS INITIALES								
Altitude	X_0	Y_0	V_{0x}	V_{oy}	Pas	G	M	R^2
en m	en m	en m	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$	en s	en SI	en kg	
5000000	0	11375000	6000	0	8	6,67E-11	6,00E+24	4,06406E+13



Date	Position x	Position y	Accéleration x	Accéleration y	Vitesse X	Vitesse Y
en s	en m	en m	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$	en $m.s^{-1}$
0	0	1,14E+07	0	-3,09E+00	6000	0
8	48000	11375000	0	-3,09E+00	6000	-24,7436783

Bibliographie

Indice maths Terminale S, enseignement obligatoire, BORDAS

Déclic maths Terminale S, Enseignement obligatoire, HACHETTE

Physique Terminales C et E, HACHETTE

Physique Terminale S, enseignement obligatoire, BORDAS

Mode d'emploi de IP